



# La propagation guidée sur les lignes



jean-philippe muller

version juillet 2001

## Sommaire

- 1) Propagation libre ou guidée
- 2) Un support de la propagation guidée : la ligne
- 3) Un support de la propagation guidée : le guide d'onde
- 4) Un support de la propagation guidée : la fibre optique
- 5) Modèle électrique d'une ligne
- 6) Equation de propagation des télégraphistes
- 7) Impédance caractéristique d'une ligne
- 8) La ligne adaptée
- 9) Coefficient de réflexion sur une ligne désadaptée
- 10) Ondes stationnaires sur une ligne désadaptée
- 11) Tension sur une ligne en circuit ouvert
- 12) Impédance d'entrée d'une ligne en circuit ouvert
- 13) Application : nécessité de l'adaptation
- 14) Application : antennes demi-onde et quart-d'onde
- 15) Application : filtres et résonateurs
- 16) Application : filtres sélectifs à lignes couplées

Annexe 1 répartition de la tension sur une ligne

Annexe 2 : tête de réception pour TV satellite

## 1- Propagation libre ou guidée

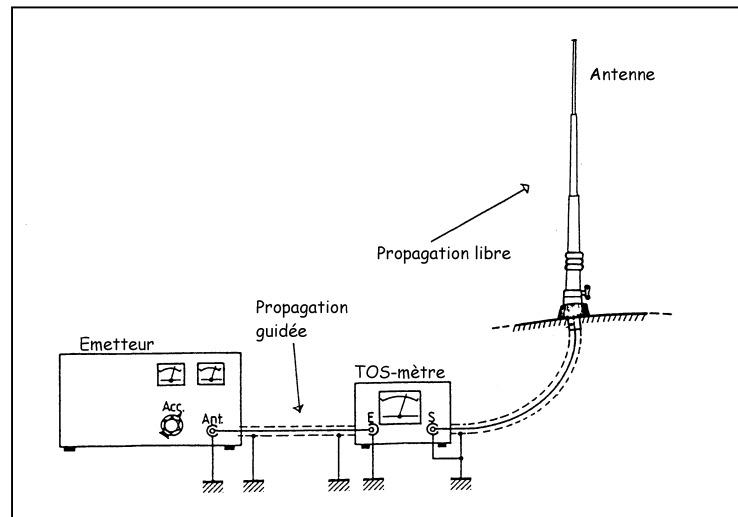
Le but des télécommunications est de transmettre d'un point à un autre un signal porteur d'une information.

Pour atteindre cet objectif, on module une porteuse haute-fréquence, ce qui nous permet de transmettre des signaux sur un même support sans qu'ils se mélangent puisqu'ils ont des fréquences de porteuses différentes.

La distance à parcourir peut être très variable et les techniques utilisées différentes comme on peut le constater sur les exemples suivants:

- transmission d'une information audio ou vidéo entre deux maisons, deux villes, d'une information numérique entre le téléphone mobile et sa base, entre le satellite de télévision numérique et le récepteur, etc. .. Le signal haute-fréquence modulé est transformé en onde électromagnétique par l'antenne et se propage dans l'espace environnant : c'est la **propagation libre**.
- transmission de la porteuse modulée en amplitude, en fréquence ou en numérique (GSM) du mélangeur à l'amplificateur de puissance radiofréquence puis à l'antenne. Le signal haute-fréquence suit la piste de circuit imprimé ou le tronçon de câble coaxial: c'est la **propagation guidée**.

Figure 1.  
Les deux types  
de propagation.



En réalité, chaque fois que des charges circulent dans un conducteur, elles sont à l'origine d'un champ électrique et un champ magnétique qui accompagnent ces charges dans leur déplacement.

Il ne peut y avoir de courant électrique sans onde électromagnétique associée.

Lorsqu'un courant circule dans un conducteur, l'onde électromagnétique suit physiquement ce conducteur en étant guidée par celui-ci.

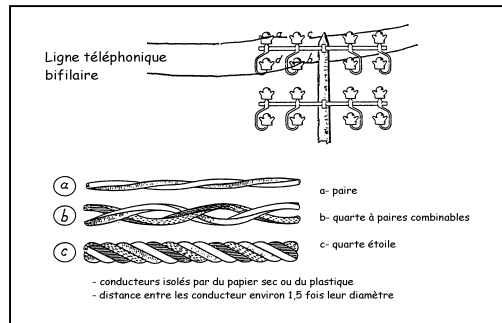
On verra dans ce cours qu'il existe aussi un courant dans une antenne. Ce courant produit une onde électromagnétique qui se propage librement dans l'espace qui entoure l'antenne.

Nous allons nous intéresser dans ce cours à la propagation guidée et aux règles qu'il convient de respecter pour transporter de façon correcte un signal haute-fréquence d'un point à un autre par un câble coaxial ou une piste de circuit imprimé.

## 2- Un support de la propagation guidée : la ligne

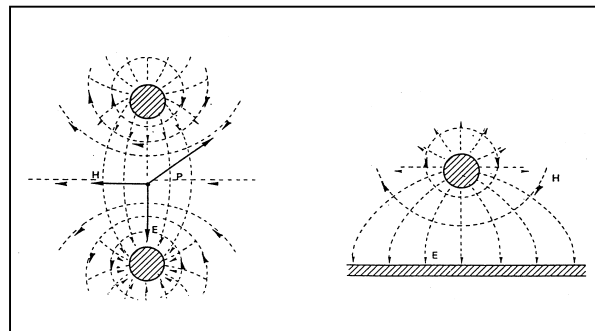
Historiquement, les premières lignes ont été utilisées pour le télégraphe et le téléphone. Ce type de ligne est simplement constitué par deux conducteurs parallèles séparés par un isolant : c'est la **ligne bifilaire**, encore d'usage courant aujourd'hui.

Figure 2.  
Exemples de lignes téléphoniques.



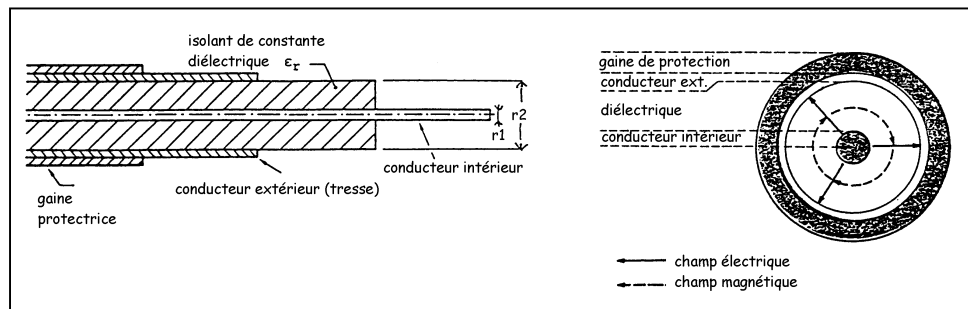
La circulation d'un courant dans un conducteur s'accompagne d'un champ électromagnétique autour du conducteur et ceci quelle que soit la fréquence du signal. Mais contrairement au cas de la propagation libre, cette onde électromagnétique n'existe qu'au voisinage de la ligne.

Figure 3.  
Répartition des champs autour d'une ligne symétrique et asymétrique.



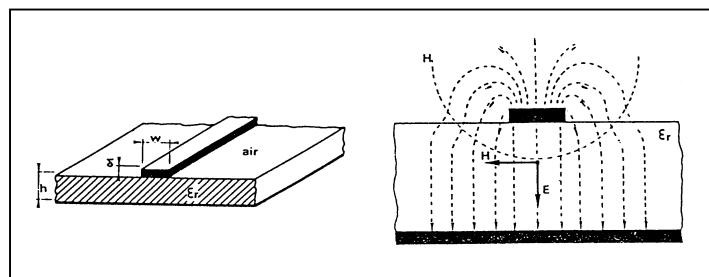
Les lignes de champ sont resserrées entre et au voisinage des conducteurs : c'est à cet endroit que les champs électrique et magnétique sont les plus intenses.

Figure 4.  
Structure du câble coaxial et allure des lignes de champ.



On utilise aujourd'hui essentiellement **la ligne coaxiale**, constituée par un conducteur central entouré d'un blindage, et **la ligne imprimée** constituée d'une piste de cuivre sur un substrat isolant comme l'époxy ou le Téflon, l'autre face métallisée réalisant une équipotentielle

Figure 5.  
Structure d'une ligne imprimée et allure des lignes de champ.



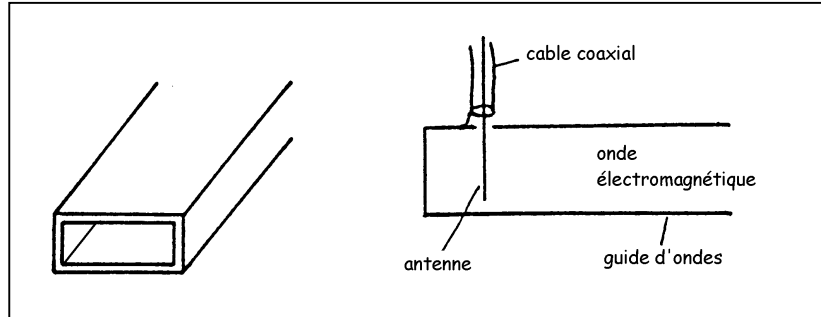
Ces lignes sont actuellement utilisées jusqu'à des fréquences de l'ordre de 10 GHz. Pour des fréquences supérieures, les pertes dans le diélectrique deviennent excessives et on préfère utiliser un guide d'onde.

### 3- Un support de la propagation guidée : le guide d'onde

Les guides sont des conducteurs métalliques de section rectangulaire ou circulaire à l'intérieur duquel se propage l'onde électromagnétique.

Le passage d'une ligne à un guide et inversement se fait à l'aide d'une antenne placée au bon endroit.

Figure 6.  
Le guide d'ondes rectangulaire.



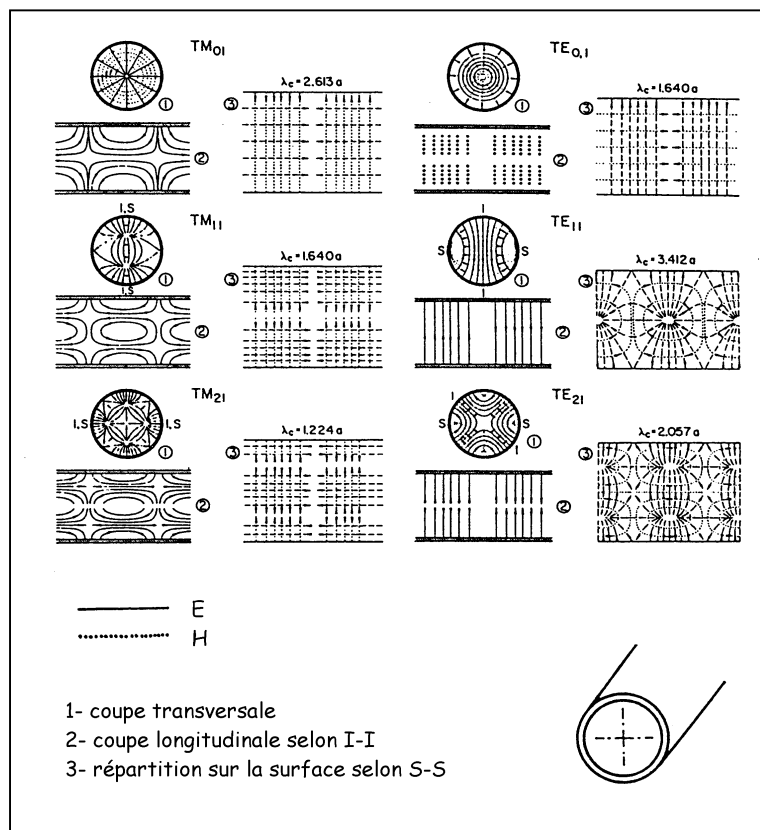
L'air étant un très bon diélectrique, les pertes dans les guides sont très faibles.

Pour avoir un bon guide, il faut toutefois que les surfaces internes soient parfaitement polies, ce qui pose évidemment des problèmes de fabrication pour les guides de grande longueur qui restent d'un prix très élevé.

De ce fait, les guides ne sont utilisés que pour des liaisons à courte distance et les projets de liaisons interurbaines par guides ont été abandonnés.

Dans ces guides, l'onde peut se propager suivant différents modes qui correspondent chacun à une certaine répartition des lignes de champ.

Figure 7.  
La répartition complexe du champ dans un guide circulaire.



Contrairement aux lignes qui fonctionnent jusqu'au continu, les guides ont une fréquence de coupure basse qui dépend de leurs dimensions et du mode.

Par exemple, pour un guide rectangulaire dont le grand coté vaut  $a = 5$  cm, la fréquence de coupure basse vaut  $f_c = 3$  GHz.



## 4- Un support de la propagation guidée : la fibre optique

Il existe un autre type de guide d'onde, entièrement isolant, appelé guide d'onde diélectrique dans lequel l'onde électromagnétique se propage dans un matériau isolant.

Ce type de guide est très utilisé actuellement sous la forme de fibre optique. L'onde électromagnétique qui s'y propage est de très haute fréquence (longueur d'onde comprise entre 0,4 et 1,5 microns) et les dimensions du cœur varient entre le micron pour les fibres monomodes et plusieurs dizaines de microns pour les fibres multimodes.

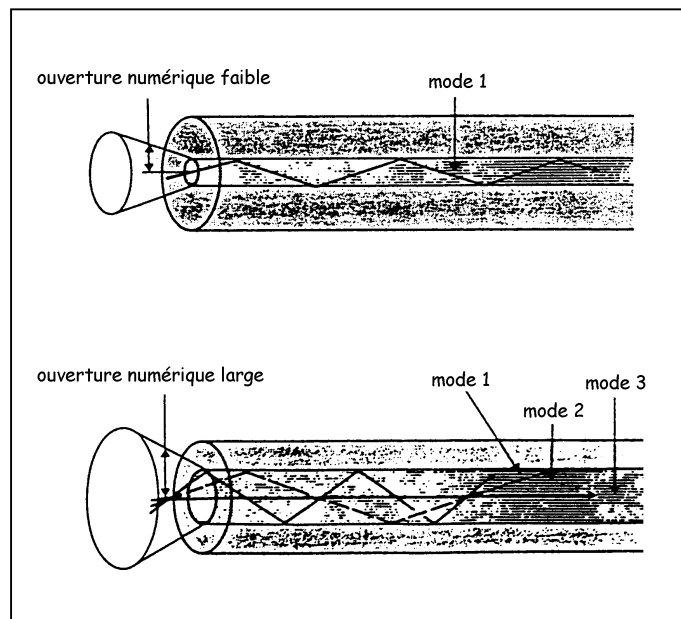
Il y a deux types de fibres :

- les fibres monomode, dont le diamètre est, en gros, de l'ordre de  $\lambda$
- les fibres multimodes, dont le diamètre est de plusieurs dizaines de  $\lambda$

Les fibres monomode ne propagent que le mode fondamental. Ceci est très intéressant puisque l'OEM. n'a qu'un seul mode de propagation et son parcours, par réflexions successives à l'intérieur de la fibre, est unique et bien défini : il n'y a donc pas de distorsion de phase et les signaux sont transmis sans déformations. Ces fibres conviennent donc très bien pour la transmission de signaux analogiques.

Mais, pour ne propager que le mode fondamental, ces fibres, nous l'avons vu, doivent avoir un diamètre de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, ce qui veut dire aux fréquences optiques utilisées, de l'ordre du micron.

Figure 8.  
La fibre optique monomode et multimodes.



On conçoit dès lors l'extrême difficulté de leur réalisation technologique d'une part, et du raccordement de deux tronçons de fibres d'autre part. C'est pourquoi dans bien des applications où il est possible d'accepter une certaine distorsion des signaux transmis - notamment pour la transmission numérique par impulsions - préfère-t-on utiliser des fibres de plusieurs dizaines de microns, qui sont multimodes.

Les fibres multimodes propagent donc plusieurs modes qui ont des parcours différents, d'où distorsion de phase pour le signal transmis. Cet inconvénient est particulièrement sensible dans les fibres multimodes à saut d'indice.

En raison de leur diamètre beaucoup plus grand que celui des fibres monomodes, les fibres multimodes présentent les avantages suivants :

- moins de difficulté pour raccorder deux tronçons.
- transmission d'une plus grande puissance d'autant que l'angle d'admission peut être plus grand

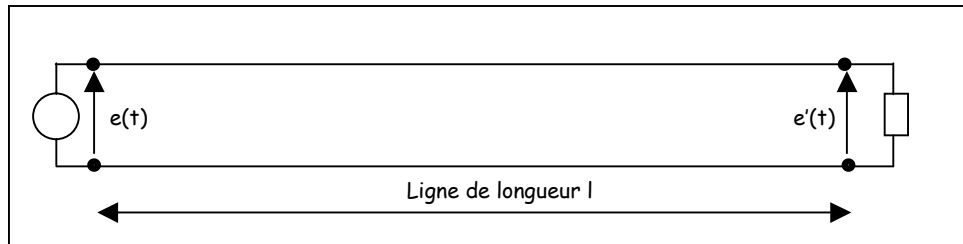
## 5- Modèle électrique d'une ligne

Les lignes sont des circuits dont les dimensions ne sont pas petites devant la longueur d'onde des signaux transmis.

On est donc obligé de tenir compte de la vitesse de propagation des grandeurs électriques qui est forcément inférieure ou égale à la vitesse de la lumière.

Par conséquent, à un instant donné, tensions et courants ne seront pas identiques en tout point d'un conducteur, comme on a l'habitude de l'admettre aux basses fréquences dans ce qu'on appelle l'approximation des états quasi-stationnaires.

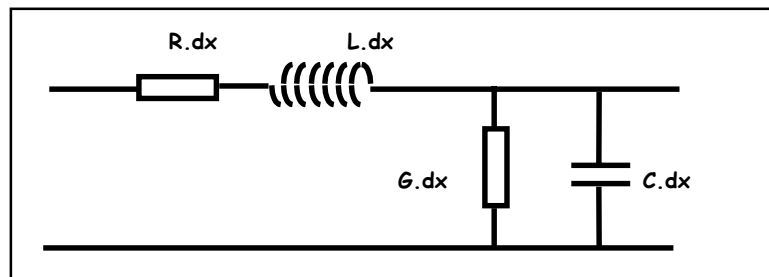
Figure 9.  
Une ligne de longueur  $l$  relie une source à une charge.



On considère que la ligne est formée d'une infinité de tronçons de longueur infiniment petite  $dx$ . Un tel élément de ligne est caractérisé par une résistance  $R \cdot dx$ , une conductance  $G \cdot dx$ , une inductance  $L \cdot dx$ , une capacité  $C \cdot dx$ .

La longueur de ce tronçon étant petite vis-à-vis de la longueur d'onde, on peut l'étudier comme un circuit électrique classique.

Figure 10.  
Schéma équivalent d'un petit tronçon de câble.



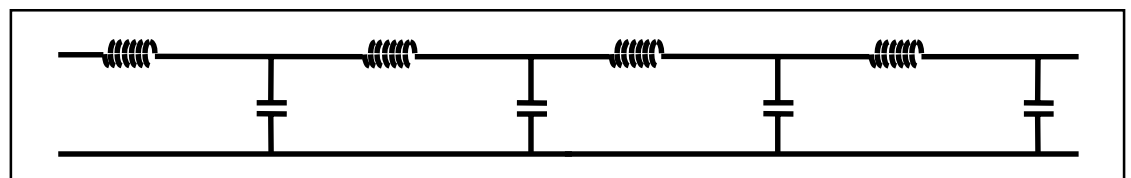
Comme dans tout circuit, on trouve dans la ligne résistance, inductance et capacité. Ces grandeurs ne sont pas localisées, mais réparties le long de la ligne.

On définit 4 grandeurs linéiques :

- la **résistance linéique R** : c'est la résistance des conducteurs par unité de longueur. Comme elle est faible, on prend souvent  $R=0$ .
- l'**inductance linéique L** : chaque tronçon de ligne est soumis à un champ variable créé par le courant circulant dans les tronçons voisins. Il est donc le siège de phénomènes d'induction caractérisés par l'inductance par unité de longueur ( typiquement 0,5 à 5 mH/m )
- la **conductance linéique G** : c'est l'inverse de la résistance entre les deux conducteurs constituant la ligne. Elle est très élevée et on prend souvent  $G$  infinie.
- la **capacité linéique C** : c'est la capacité entre les deux fils ( typiquement 50 à 100 pF/m )

Le câble pourra être considéré comme la juxtaposition d'un grand nombre de cellules élémentaires :

Figure 11.  
Modèle simplifié de la ligne sans pertes.

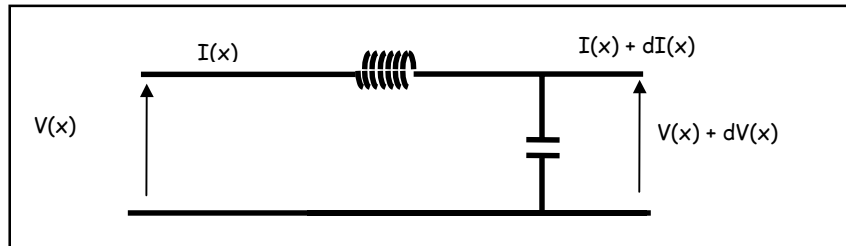


Les lignes actuelles ( câble coaxial, lignes imprimées) ont des pertes très faibles. On peut donc dans une première étude négliger ces pertes et admettre que la résistance linéique et la conductance linéique sont nulles.

## 6- Equation de propagation des télégraphistes

Raisonnons sur un tronçon de ligne de longueur  $dx$ . Les grandeurs électriques sinusoïdales de pulsation  $\omega$  sont fonction de la position  $x$  du tronçon sur la ligne et notées en complexes de la façon suivante :

Figure 12.  
Mise en équation d'une cellule.



La loi d'Ohm pour la bobine s'écrit :  $d\underline{V}(x) = -j\omega \cdot L dx \cdot \underline{I}(x)$

La loi d'Ohm pour le condensateur s'écrit :  $d\underline{I}(x) = -j\omega \cdot C dx \cdot (\underline{V}(x) + d\underline{V}(x)) \approx -j\omega \cdot C dx \cdot \underline{V}(x)$

Nous en déduisons :  $\frac{d\underline{V}(x)}{dx} = -jL\omega \cdot \underline{I}(x)$  et  $\frac{d\underline{I}(x)}{dx} = -jC\omega \cdot \underline{V}(x)$

d'où les équations de propagation appelées **équations des télégraphistes** :

$$\frac{d^2\underline{V}(x)}{dx^2} + LC\omega^2 \cdot \underline{V}(x) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^2\underline{I}(x)}{dx^2} + LC\omega^2 \cdot \underline{I}(x) = 0$$

Ces deux équations différentielles du second ordre se résolvent aisément à l'aide de l'outil mathématique approprié et admettent en solution des fonctions sinusoïdales :

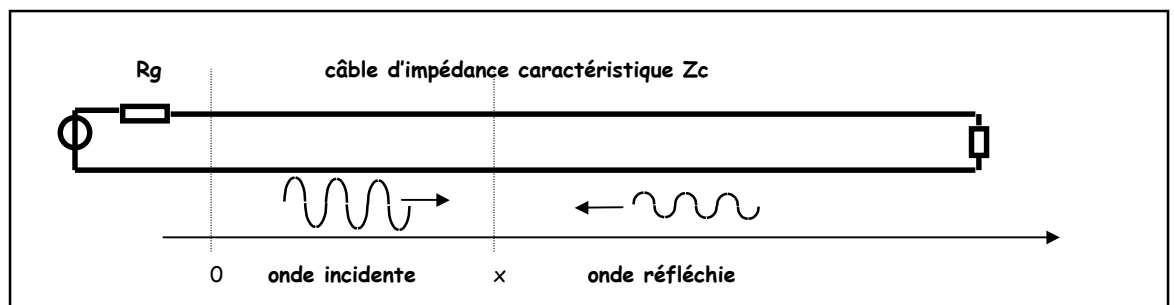
$$v(x,t) = V_1 \cos(\omega t - kx) + V_2 \cos(\omega t + kx) \quad \text{avec} \quad k = \frac{\omega}{v} \quad \text{et} \quad v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{et} \quad i(x,t) = I_1 \cos(\omega t - kx) + I_2 \cos(\omega t + kx)$$

Ce résultat nous montre que la tension sur la ligne est la somme de deux termes qui sont deux ondes progressives se propageant en sens contraire :

- $V_1 \cos(\omega t - kx)$  est l'expression mathématique d'une onde progressive d'amplitude  $V_1$  se propageant de la source vers la charge avec une vitesse  $v$ . On l'appelle **onde incidente**.
- $V_2 \cos(\omega t + kx)$  est l'expression mathématique d'une onde progressive d'amplitude  $V_2$  se propageant de la charge vers la source : c'est l'**onde réfléchie**.

Figure 13.  
Ondes incidente et réfléchie sur une ligne.



Par exemple, si on applique un signal à l'entrée d'un câble coaxial, ce signal va se propager vers la sortie du câble, et une partie de ce signal va se réfléchir sur la résistance terminale et revenir vers la source.



## 7- Impédance caractéristique d'une ligne

Les 4 constantes d'intégration  $V_1, V_2, I_1$  et  $I_2$  ne sont pas indépendantes puisque courant et tension sont liés dans les équations de départ.

Si on injecte les solutions trouvées dans l'une ou l'autre de ces équations, on peut écrire :

$$V_1.k.\sin(\omega t - kx) - V_2.k.\sin(\omega t + kx) = L.I_1.\omega.\sin(\omega t - kx) + L.I_2.\omega.\sin(\omega t + kx)$$

qui doit être vrai quels que soient  $x$  et  $t$ , ce qui impose :

$$I_1 = V_1.(C/L)^{1/2} \quad \text{et} \quad I_2 = -V_2.(C/L)^{1/2}$$

On peut alors introduire une grandeur homogène à une impédance, notée  $Z_c$  et appelée impédance caractéristique de la ligne :

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{exprimée en ohms}$$

Une ligne en régime sinusoïdal est donc régie par les équations suivantes :

$$v(x,t) = V_1 \cos(\omega t - kx) + V_2 \cos(\omega t + kx) \quad \text{avec} \quad k = \frac{\omega}{v} \quad v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$$i(x,t) = \frac{V_1}{Z_c} \cos(\omega t - kx) - \frac{V_2}{Z_c} \cos(\omega t + kx) \quad Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad c = 3.10^8 \text{ m/s}$$

### Application au câble coaxial :

- si  $r_1$  est le rayon du conducteur intérieur et  $r_2$  celui du conducteur extérieur, on montre que

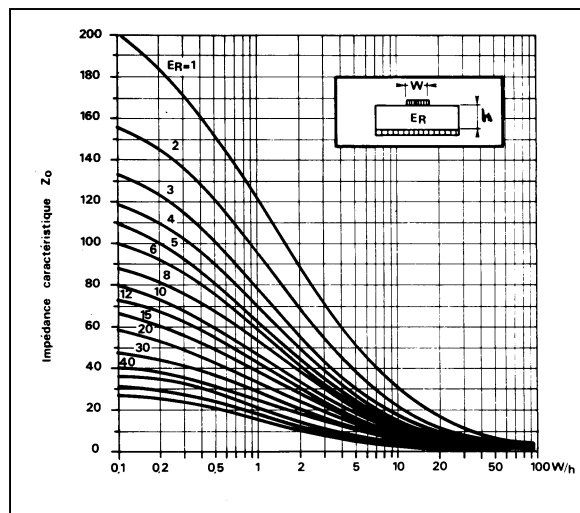
$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0\epsilon_r}} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

- la permittivité du vide vaut  $\epsilon_0 = 1/36\pi.10^9$  et la perméabilité magnétique du vide  $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ .
- pour un câble coaxial caractérisé par un rapport de rayons  $r_2/r_1 = 5$  et dont l'isolant a une permittivité relative de  $\epsilon_r = 4$ , on trouve :

$$Z_c = 48 \Omega \quad v = 150\,000 \text{ km/s} \quad C = 133 \text{ pF/m} \quad L = 330 \text{ nH/m}$$

**Application à la ligne imprimée :** l'impédance caractéristique dépend essentiellement du type de support isolant et de la largeur de la piste.

Figure 14. Impédance caractéristique d'une ligne imprimée.

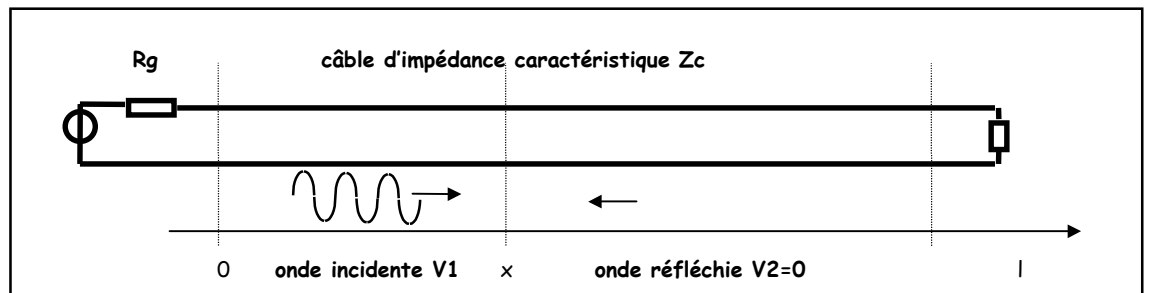


Par exemple pour l'époxy 16/10<sup>ème</sup>, la permittivité vaut environ 3,8 ce qui nous donne une largeur de 2,8 mm pour avoir une impédance caractéristique de  $Z_c = 50 \Omega$ .

## 8- La ligne adaptée

On dit qu'une ligne est adaptée si elle est terminée sur une résistance égale à son impédance caractéristique.

Figure 15.  
Le cas de la ligne adaptée.



En bout de ligne de longueur  $l$ , on peut écrire :

$$v(l,t) = V1.\cos(\omega t - kl) + V2.\cos(\omega t + kl) \quad i(l,t) = \frac{V1}{Zc}.\cos(\omega t - kl) - \frac{V2}{Zc}.\cos(\omega t + kl)$$

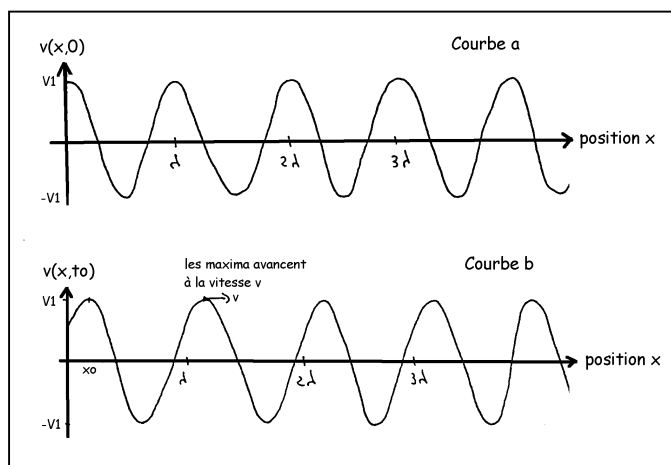
on a évidemment aussi :  $v(l,t) = Zc.i(l,t)$  ce qui implique nécessairement  $V2 = 0$

**Si une ligne est adaptée, il n'y a pas d'onde réfléchi et on a simplement sur la ligne une onde progressive se propageant de la source vers la charge.**

La tension sur la ligne a pour expression :  $v(x,t) = V1.\cos(\omega t - kx) = V1.\cos(\omega(t-x/v))$

- à l'entrée de la ligne ( $x = 0$ ) on a :  $v(0,t) = V1.\cos(\omega t)$ .
- à une distance  $x$  de l'entrée, on a :  $v(x,t) = V1.\cos(\omega t - \phi)$  avec  $\phi = \omega.x/v$
- les points en phase avec l'entrée sont séparés par un intervalle tel que le déphasage soit un multiple de  $2\pi$  :  $\phi = \omega.x/v = n.2\pi$  avec  $n$  entier soit  $x = n.2\pi.v/\omega = n.v/f = n.\lambda$

Figure 16.  
Répartition de la tension sur la ligne à  $t=0$  (a) et à  $t=t_0$  (b).



Après  $t_0$  secondes, tous les maxima ont avancé d'une distance  $x_0 = v.t_0$ . La ligne est le siège d'une onde progressive se déplaçant à la vitesse  $v$  de la source vers la charge.

De plus, à l'entrée, tension et courant sont en phase et la ligne adaptée se comporte vu de l'entrée comme une simple résistance de valeur :

$$Re = V(0)/I(0) = Zc$$

**Si une ligne d'impédance caractéristique  $Zc$  est adaptée, cette ligne a une impédance d'entrée résistive et égale à  $Zc$ .**

Par exemple si un analyseur de spectre  $50 \Omega$  est équipé d'un câble  $50 \Omega$ , l'ensemble est équivalent à une résistance de  $50 \Omega$ .

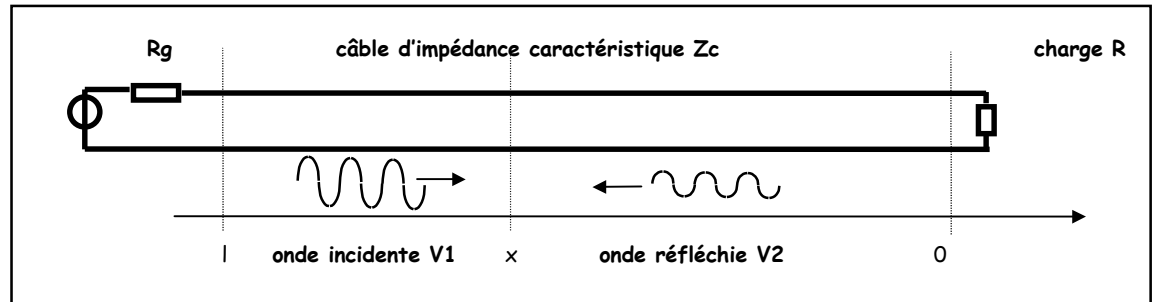
En tout point de la ligne, la tension est sinusoïdale et a une amplitude identique à l'amplitude de la tension à l'entrée de la ligne.

## 9- Coefficient de réflexion sur une ligne désadaptée

Pour étudier ce cas, nous allons faire un changement de repère en prenant un axe qui a son origine en bout de ligne et orienté de la sortie vers l'entrée. La variable  $x$  représente maintenant la distance entre le point courant et l'extrémité de la ligne.

Nous choisissons également l'origine des temps pour que la phase de l'onde incidente soit nulle au niveau de la charge.

Figure 17.  
La ligne désadaptée est parcourue par deux ondes progressives.



Les deux ondes s'écrivent alors  $V_1 \cdot \cos(\omega t + kx)$  pour l'onde incidente et  $V_2 \cdot \cos(\omega t - kx)$  pour l'onde réfléchie.

La tension et le courant sur la ligne valent :

$$v(x,t) = V_1 \cdot \cos(\omega t + kx) + V_2 \cdot \cos(\omega t - kx)$$

$$i(x,t) = \frac{V_1}{Z_c} \cdot \cos(\omega t + kx) - \frac{V_2}{Z_c} \cdot \cos(\omega t - kx)$$

Or en bout de ligne on peut aussi écrire :  $v(0,t) = R \cdot i(0,t)$  d'où

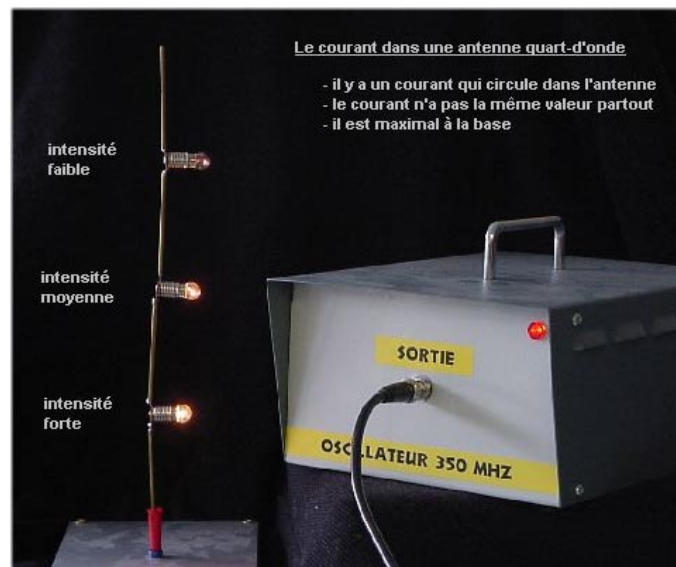
$$V_1 \cdot \cos(\omega t) + V_2 \cdot \cos(\omega t) = R \cdot \left( \frac{V_1}{Z_c} \cdot \cos(\omega t) - \frac{V_2}{Z_c} \cdot \cos(\omega t) \right) \quad \text{d'où on tire}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R - Z_c}{R + Z_c} = r \quad \text{c'est le coefficient de réflexion en bout de ligne}$$

**Exemple** : pour un câble coaxial de  $Z_c = 50 \Omega$  chargé à son extrémité par une résistance de  $100 \Omega$  le coefficient de réflexion vaut  $r = (100 - 50) / (100 + 50) = 0,333$  et donc  $V_2 = 0,333 \cdot V_1$

Il est intéressant de noter les valeurs extrêmes de ce coefficient de réflexion :

- résistance de charge nulle  $r = -1$
- résistance de charge infinie  $r = +1$



## 10- Ondes stationnaires sur une ligne désadaptée

A une distance  $x$  du bout de la ligne la tension s'écrit alors :

$$v(x,t) = V_1 \cdot \cos(\omega t + kx) + r \cdot V_1 \cdot \cos(\omega t - kx)$$

- aux points  $x_0$  où les 2 termes sont en phase, on aura une amplitude maximale et valant :

$$V(x_0) = V_1 \cdot (1 + r) \quad \text{supérieure à la tension en entrée}$$

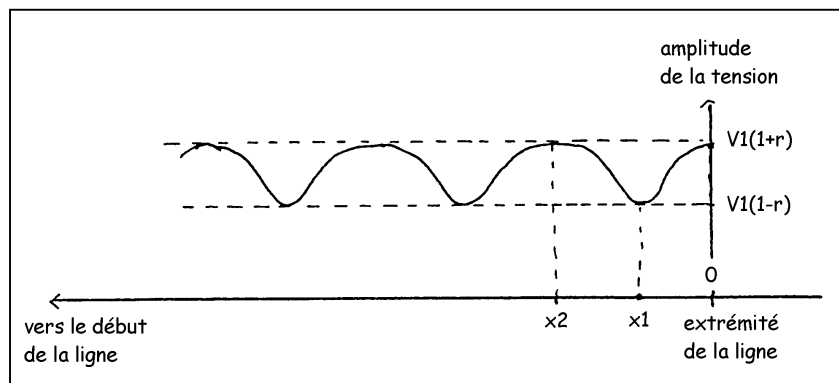
ces points sont caractérisés par :  $k \cdot x_0 = n \cdot 2\pi$  soit  $x_0 = n \cdot \lambda$

- aux points  $x_1$  où les deux termes sont en opposition de phase, on aura une amplitude minimale et valant :

$$V(x_1) = V_1 \cdot (1 - r) \quad \text{inférieure à la tension d'entrée}$$

ces points sont caractérisés par :  $k \cdot x_1 = (2n + 1) \cdot \pi$  soit  $x_1 = (2n + 1) \cdot \lambda / 2$

Figure 18.  
Répartition de la tension sur la ligne désadaptée.



On définit alors le Taux d'Ondes Stationnaires ou TOS de la manière suivante :

$$\text{TOS} = \frac{\text{amplitude maximale}}{\text{amplitude minimale}} = \frac{1 + |r|}{1 - |r|}$$

On peut retenir comme repères les valeurs suivantes :

TOS = 1	ligne parfaitement adaptée , $r = 0$
TOS de 1 à 1,5	ligne presque adaptée
TOS supérieur à 2	ligne désadaptée

On retiendra donc un troisième résultat fondamental :

**Lorsqu'on applique à l'entrée d'une ligne désadaptée une tension d'amplitude  $V_1$ , la tension en sortie de la ligne a une valeur dépendant de la désadaptation et comprise entre 0 et  $2 \cdot V_1$ .**

Lorsqu'on installe un émetteur, on souhaite évidemment que toute la puissance produite par l'émetteur soit rayonnée.

Pour cela, il est important de minimiser l'onde réfléchie, c'est à dire d'avoir un coefficient de réflexion au niveau de l'antenne le plus proche de l'unité.

On utilise à cet effet un appareil appelé TOSmètre qui s'intercale entre l'émetteur et l'antenne et qui permet, en ajustant un des paramètres réglable de l'antenne, d'ajuster le TOS à une valeur voisine de 1.

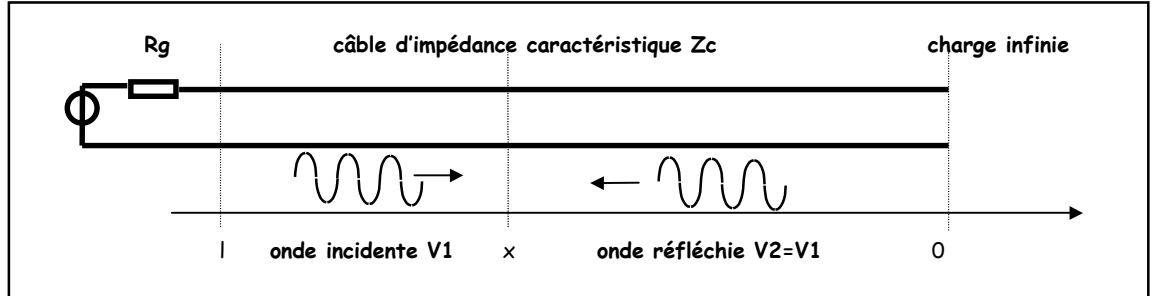
Un exemple de branchement de ce type d'appareil a été donné en figure 1.

## 11- Tension sur la ligne en circuit ouvert

La ligne est ouverte à son extrémité et le coefficient de réflexion vaut  $r=1$ . L'onde arrivant à l'extrémité de la ligne se réfléchit entièrement et repart vers le générateur ( $V_2 = V_1$ ).

C'est ce qui se produit dans la pratique lorsqu'on débranche l'antenne du câble qui l'alimente.

Figure 19.  
Le cas de la ligne non adaptée.



Tension et courant s'écrivent alors :

$$v(x,t) = V_1 \cdot \cos(\omega t + kx) + V_1 \cdot \cos(\omega t - kx) = 2V_1 \cos(kx) \cdot \cos(\omega t)$$

$$i(x,t) = \frac{V_1}{Z_c} \cdot \cos(\omega t + kx) - \frac{V_1}{Z_c} \cdot \cos(\omega t - kx) = -\frac{2V_1}{Z_c} \sin(kx) \cdot \sin(\omega t)$$

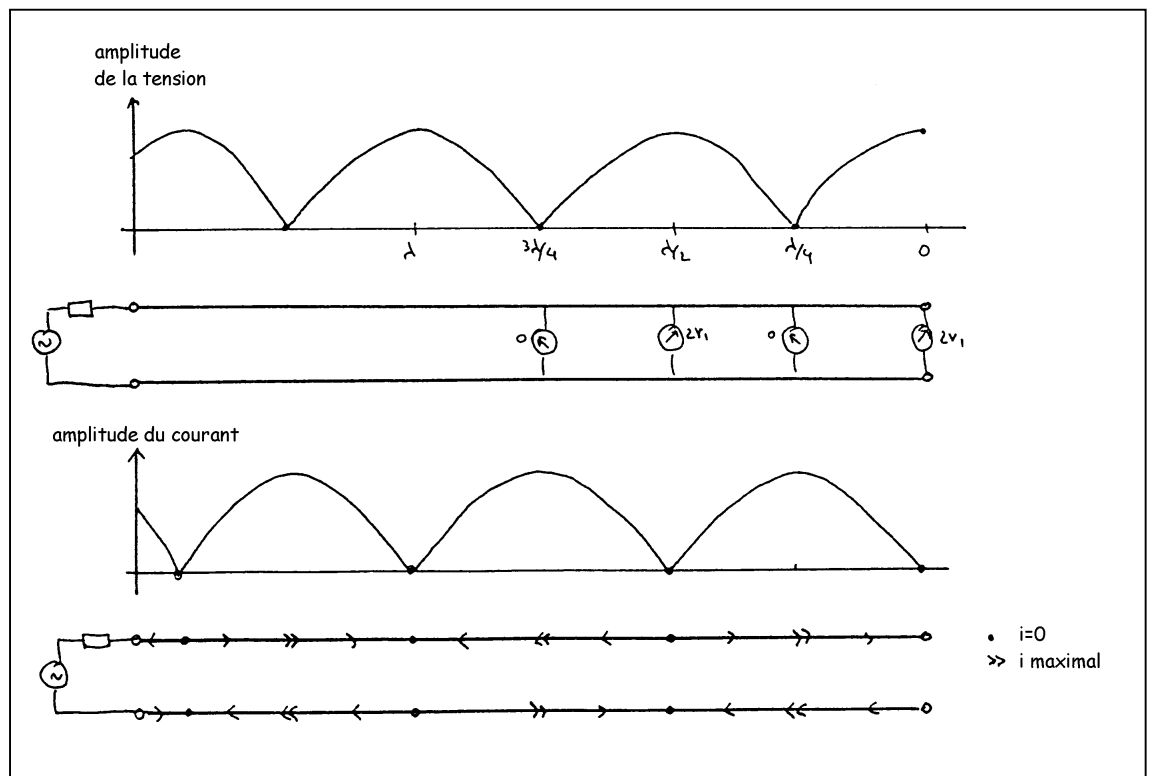
A l'entrée de la ligne ( $x = l$ ), on pourra donc écrire :

$$v(l,t) = 2V_1 \cos(kl) \cdot \cos(\omega t)$$

$$i(l,t) = -\frac{2V_1}{Z_c} \sin(kl) \cdot \sin(\omega t)$$

Il y a sur la ligne des points où la tension est maximale ( $2V_1$ ) et d'autres où la tension est nulle. Les résultats pour le courant sont analogues.

Figure 20.  
Répartition de la tension et du courant sur une ligne en circuit ouvert..





## 12- Impédance d'entrée de la ligne en circuit ouvert

Il est intéressant de calculer l'impédance d'entrée de ce tronçon de ligne en circuit ouvert.

Le courant est en avance de  $\pi/2$  sur la tension et l'impédance d'entrée complexe s'écrit alors :

$$\underline{Z}_e = Z_c / j \operatorname{tg}(kl) \quad \text{avec } kl = \omega l/v$$

Pour une fréquence et une ligne donnée (  $w$  et  $v$  donnés ), cette impédance peut être capacitive ou inductive.

L'impédance d'entrée est nulle pour des longueurs de lignes  $l$  telles que :

$$\omega l/v = (2n + 1) \cdot \pi/2 \quad \text{soit} \quad l = (2n + 1) \cdot \lambda/4$$

**Une ligne ouverte à son extrémité se comporte à son entrée comme un court-circuit lorsque sa longueur est égale à un multiple impair de  $\lambda/4$ .**

Pour bien voir les conséquences pratiques de ce résultat, reprenons l'exemple d'un câble coaxial de 1m branché sur un oscilloscope de résistance  $1 \text{ M}\Omega$ , les caractéristiques du câble étant :

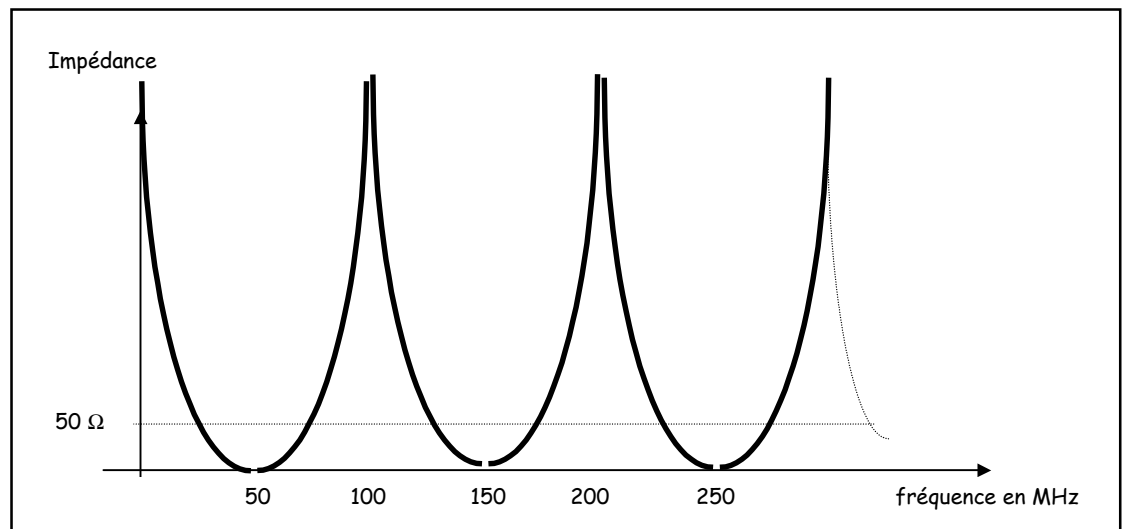
impédance caractéristique  $Z_c = 50 \Omega$   
une inductance linéique  $L = 250 \text{ nH/m}$

capacité linéique  $C = 100 \text{ pF/m}$   
une vitesse de propagation  $v = 200\,000 \text{ km/s}$

Ce câble devient un court-circuit aux fréquences  $f_0$  telles que  $l = v/4f_0$  soit :  **$f_0 = 50 \text{ MHz}, 150 \text{ MHz}$**  etc...

Voici l'allure de l'impédance d'entrée de l'ensemble oscilloscope + câble de 1m :

**Figure 21.**  
Impédance  
d'entrée d'un  
câble en circuit  
ouvert à son  
extrémité.



On peut remarquer qu'aux fréquences basses l'impédance d'entrée s'écrit :

$$\underline{Z}_e = Z_c / j \operatorname{tg}(\omega l/v) \quad \text{et, si la fréquence est faible,} \quad \operatorname{tg}(\omega l/v) \approx \omega l/v$$

$$\underline{Z}_e \approx Z_c / j \omega l/v \approx Z_c \cdot v / j \omega \approx 1/jC\omega$$

On retrouve une impédance d'entrée pratiquement déterminée par la capacité du câble.

Il y a sur la ligne des points où la tension crête vaut  $2 \cdot V_1$  et d'autres où la tension est nulle. Les résultats pour le courant sont analogues.

On peut remarquer aussi qu'un ventre de tension (amplitude maximale) correspond à un nœud de courant (courant nul) et inversement.

## 13- Applications : nécessité de l'adaptation

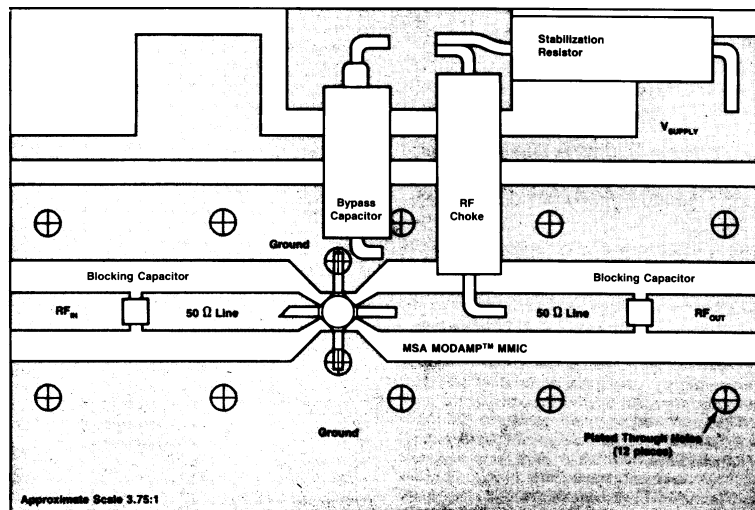
Dans les circuits fonctionnant aux fréquences élevées, il est fondamental de savoir que la tension disponible en sortie d'un étage amplificateur par exemple se retrouvera intégralement à l'entrée de l'étage suivant.

On se placera donc systématiquement dans le cas de la ligne adaptée, ce qui implique les contraintes suivantes :

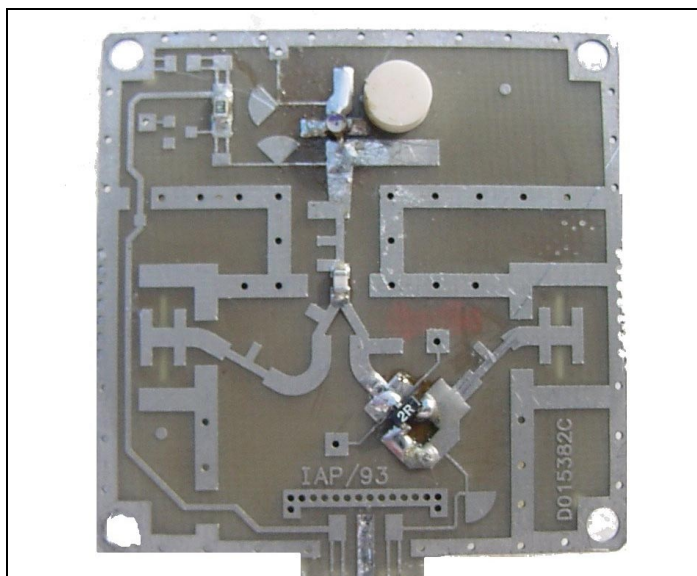
- résistances d'entrée et de sortie des amplis , mélangeurs, atténuateurs, antennes toutes égales à la valeur normalisée de  $50 \Omega$  ou  $75 \Omega$
- composants reliés entre eux par des pistes d'impédance caractéristique correspondante, donc de largeur donnée pour un matériau donné
- plan de masse permettant de réaliser des pistes d'impédance caractéristique donnée

On reconnaît facilement sur un circuit imprimé haute-fréquence les pistes  $50 \Omega$  à leur largeur assez importante qui reste constante tout au long du trajet du signal.

Figure 22.  
Circuit imprimé  
d'un  
amplificateur à  
large bande.



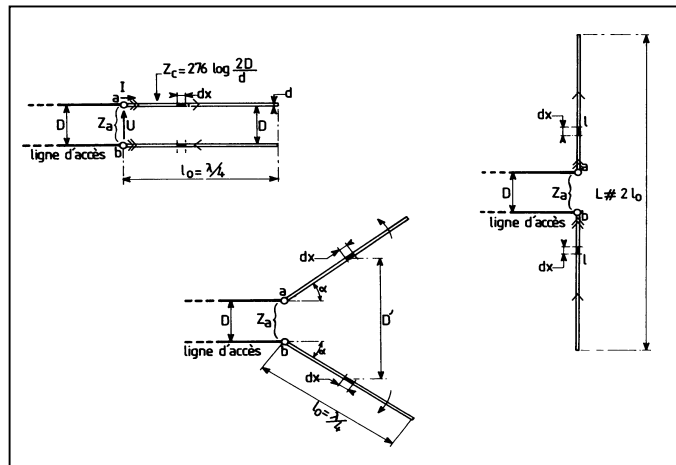
On pourra aussi repérer les pistes  $50 \Omega$  sur la carte du Tuner pour TV-satellite dont le dessin est donné en annexe.



## 14- Applications : antennes demi-onde et quart-d'onde

Lorsqu'on se trouve à une distance suffisante d'une ligne adaptée ou non, les champs électromagnétiques créés par les courants dans chaque fil s'annulent puisque les courants sont de sens contraires : **une ligne ne rayonne donc pratiquement pas d'énergie.**

Figure 23.  
Principe de l'antenne demi-onde.

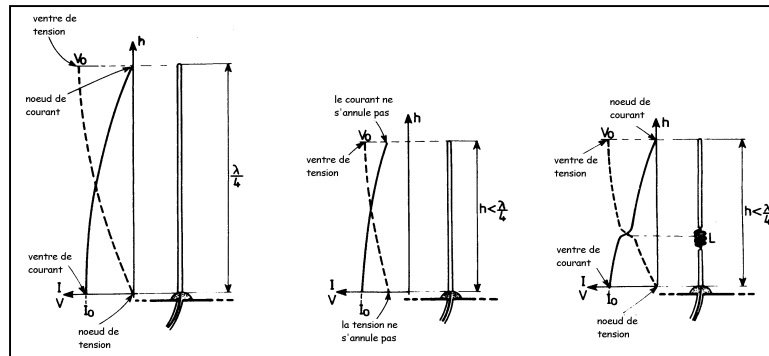


Reprenons la ligne en circuit ouvert étudiée précédemment et ouvrons la sur une longueur égale au quart de la longueur d'onde .

Les champs électromagnétiques créés par les 2 tronçons ouverts s'additionnent et le champ créé à une certaine n'est plus négligeable : **la ligne rayonne** et on a réalisé une **antenne demi-onde, ou dipôle ou doublet.**

On peut aussi n'utiliser qu'un seul brin associé à un plan de masse, ce qui est plus pratique dans le cas des émetteurs portables, le plan de masse étant matérialisé par le boîtier en plastique conducteur.

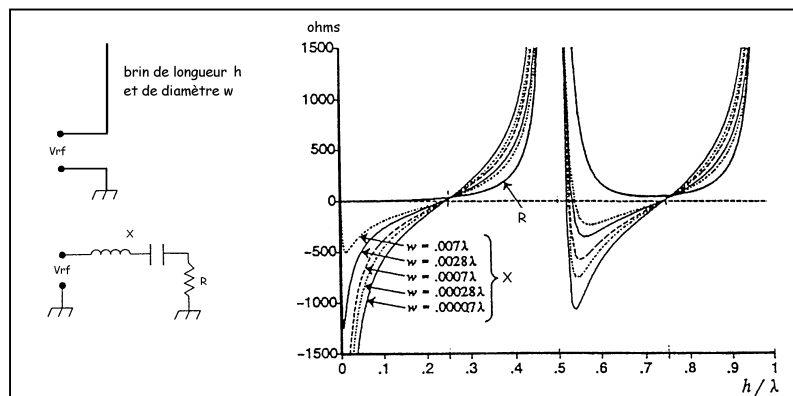
Figure 24.  
L'antenne quart d'onde normale et raccourcie.



Une antenne quart-d'onde taillée correctement a donc une longueur adaptée à la fréquence sur laquelle elle doit travailler.

A sa fréquence de travail, l'antenne quart-d'onde a une impédance résistive valant environ  $50 \Omega$ . C'est une des raisons pour laquelle on a choisi cette valeur comme impédance normalisée.

Figure 25.  
Variation de l'impédance d'un brin métallique de longueur h en fonction de la fréquence.





## 15- Applications : filtres et circuits résonants

⇒ filtre réjecteur à ligne : l'impédance d'entrée de la ligne en circuit ouvert s'écrit :

$$\underline{Z_e} = Z_c / j \operatorname{tg}(kl) \quad \text{avec } kl = \omega/v$$

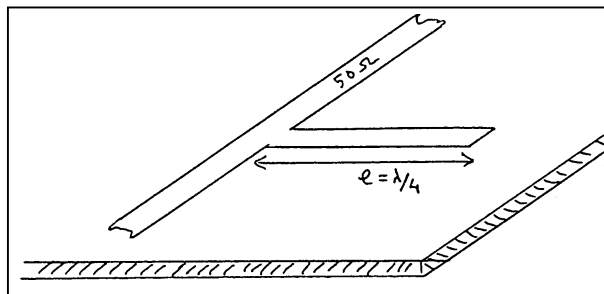
Cette impédance d'entrée est nulle pour des longueurs de lignes  $l$  telles que :

$$\omega/v = (2n + 1) \cdot \pi/2 \quad \text{soit} \quad l = (2n + 1) \cdot \lambda/4$$

Le cas le plus intéressant correspond à  $n = 0$  et nous donne un résultat simple permettant de réaliser facilement des filtres réjecteurs en hautes-fréquences :

**Une ligne ouverte à son extrémité se comporte à son entrée comme un court-circuit lorsque sa longueur est égale à  $\lambda/4$ .**

Figure 26.  
Réalisation d'un  
filtre réjecteur  
à ligne simple.



**Exemple :** si on désire supprimer une fréquence parasite de 850 MHz avec un substrat caractérisé par une vitesse de  $v = 160\,000$  km/s, on utilisera une longueur de piste de :

$$l = v/4f = 4,7 \text{ cm}$$

⇒ résonateur quart-d'onde : de la même façon que l'impédance d'entrée d'une ligne terminée par un court-circuit s'écrit :

$$\underline{Z_e} = jZ_c \operatorname{tg}(kl)$$

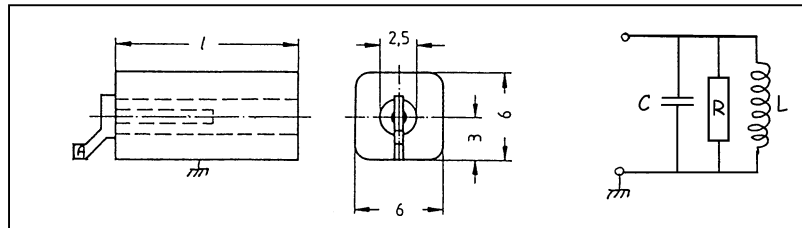
Cette impédance devient infinie si la longueur  $l$  vaut :  $l = \lambda/4$

donc à une fréquence  $f_0$  telle que :  $f_0 = v/4l$

Ce tronçon de ligne quart-d'onde se comporte donc comme un circuit L-C parallèle et peut remplacer un tel circuit aux fréquences élevées où les longueurs deviennent acceptables.

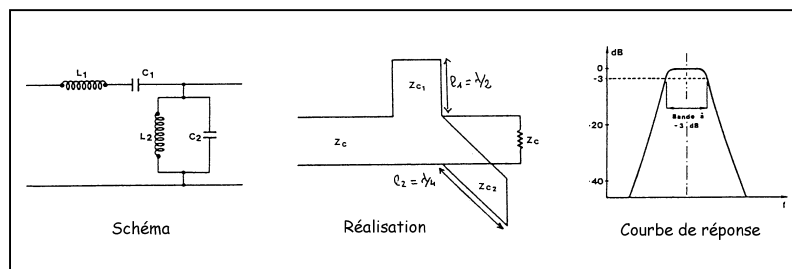
On dispose actuellement de résonateurs à permittivité élevée ( $\epsilon_r$  jusqu'à 88) qui permettent un encombrement réduit et un excellent coefficient de qualité.

Figure 27.  
Le résonateur  
quart d'onde et  
son schéma  
équivalent.



En regroupant des résonateurs en circuit ouvert et en court-circuit, on peut aussi réaliser des filtres passe-bande peu encombrants.

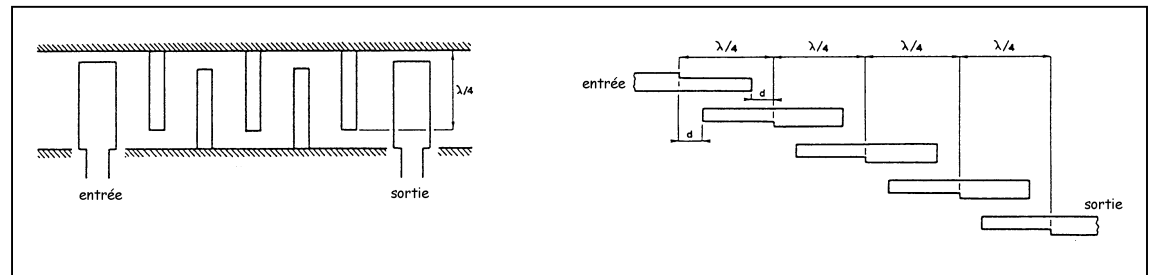
Figure 28.  
Réalisation d'un  
filtre passe-  
bande à  
résonateur.



## 16- Applications : filtre à lignes couplées

Un tronçon de ligne de longueur  $\lambda/4$  peut aussi être utilisé en résonateur couplé et permet ainsi de réaliser des filtres sélectifs d'excellente qualité.

Figure 29.  
Exemples de réalisations de filtres sélectifs à lignes couplées.



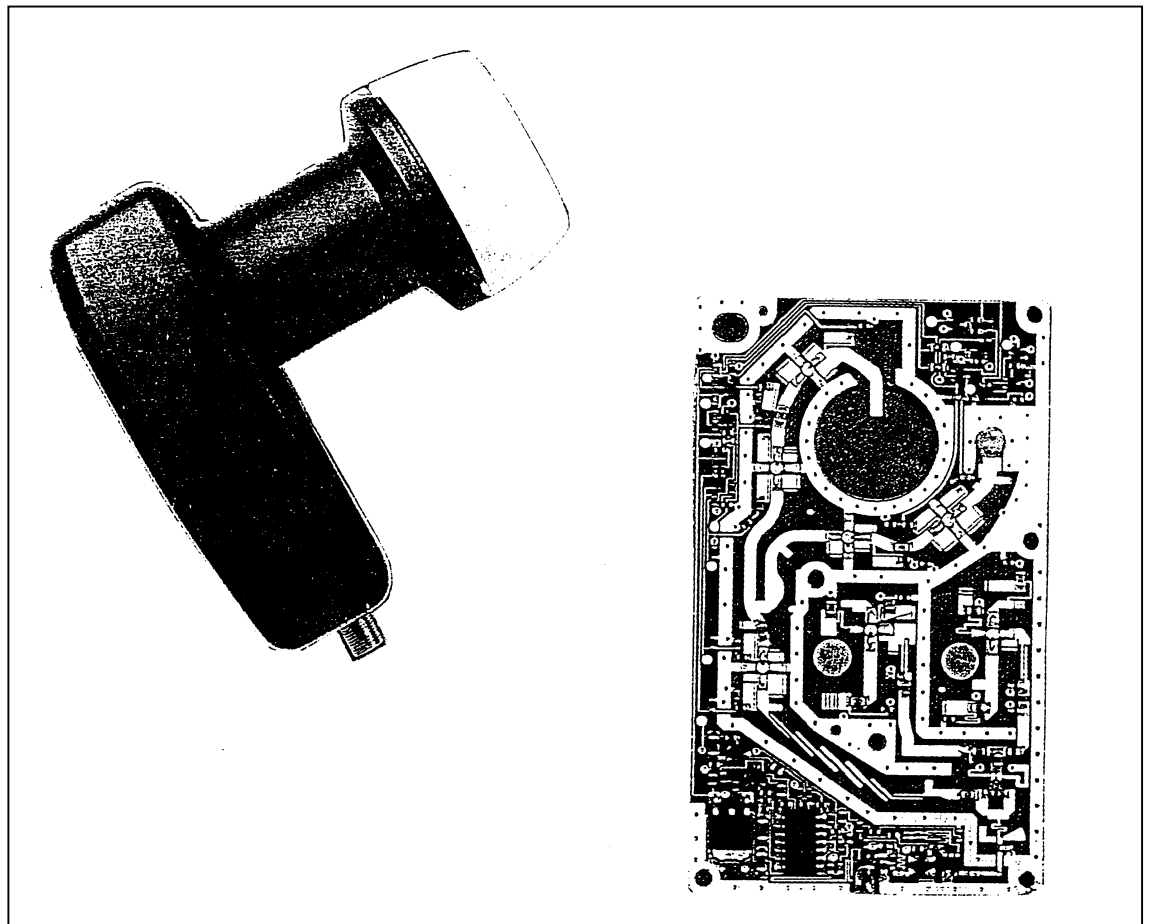
On peut aussi réaliser des filtres sélectifs à lignes demi-onde couplées entre elles.

La courbe de réponse dépend alors du couplage, et donc de la distance entre les lignes et de la longueur de ligne en regard.

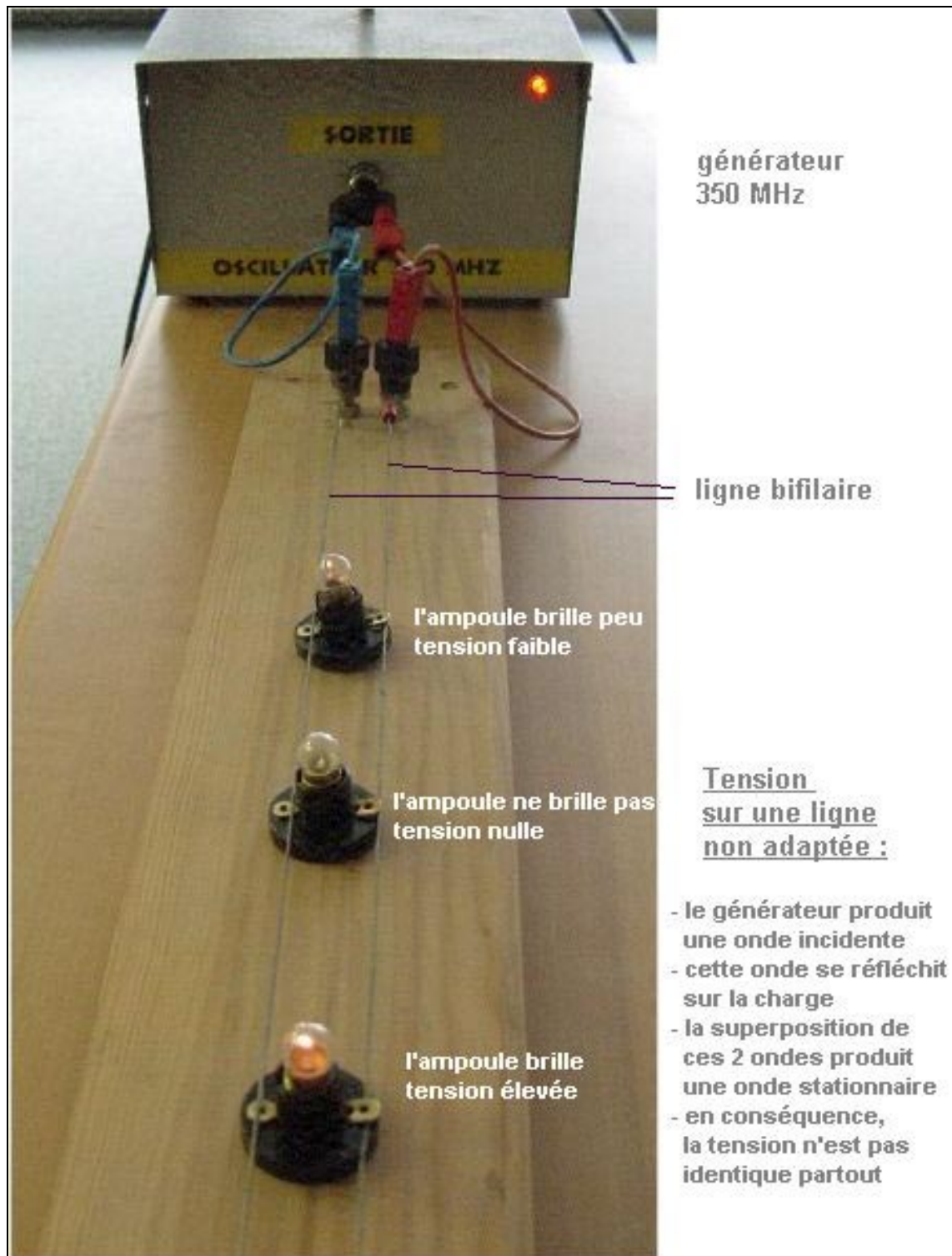
Sur le circuit imprimé de cette tête de réception pour TV satellite, on distingue bien :

- les pistes  $50\Omega$ , de largeur constante et allant d'un transistor à l'autre
- un filtre de bande 10,7-12,75 GHz à lignes couplées

Figure 30.  
Circuit imprimé d'une tête Tvsat Sharp.



Annexe 1 : répartition de la tension sur une ligne



Annexe 2 : tête de réception pour TV satellite

